С. Беляков

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ РАБОТ А.А. ЛОГУНОВА ПО ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

После открытия в XVII веке закона всемирного тяготения следующим шагом в познании гравитации стало создание А. Эйнштейном в первой половине XX века общей теории относительности (ОТО). Следует сказать, что ОТО, как физическая теория, имеет серьезные недостатки, на которые обращали внимание физики сразу после публикаций А.Эйнштейном первых статей об ОТО. Однако экспериментальные открытия гравитационных эффектов, которые были предсказаны Эйнштейном, отодвинули критику ОТО на второй план. И лишь только в конце XX века академик А.А. Логунов, тщательно проанализировав ОТО и ее недостатки, вместе со своими сотрудниками из Московского университета создал релятивистскую теорию гравитации (РТГ) [1-7]. Сам А.А. Логунов считал РТГ альтернативой ОТО; в основании РТГ лежит специальная теория относительности (СТО), а гравитация интерпретируется наличием физического тензорного гравитационного поля со спинами 2 и 0. Надо отметить, что многие ученые не считали и не считают РТГ новой теорией. Так, академик Я.Б. Зельдович полагал, что РТГ – это та же самая теория, что и ОТО [8]. В то же время крупный голландский астрофизик и физик-теоретик Т.М.Ньюенхайзен считает, что от ОТО следует отказаться и перейти на более правильную теорию – РТГ [9]. Существует точка зрения, что РТГ является логическим завершением ОТО, а заслугой Логунова и его коллег является то, что ими в ОТО были расставлены все точки над i. И все же надо сказать, что широкому кругу физиков, в том числе и тем, кто занимается исследованиями гравитации, РТГ мало известна и редко цитируется. Возможно, что это связано с тем, что освоение логической структуры и математического аппарата ОТО потребовало от исследователей значительных интеллектуальных усилий, и потому после того, когда ОТО вошла, что называется, в кровь и плоть, им отказаться от нее и перейти к другой теории очень трудно чисто психологически. Вдобавок авторитет А.Эйнштейна, Д.Гильберта и других выдающихся ученых, занимавшихся ОТО, также оказывает известное психологическое давление.

Данная статья написана для тех, кто интересуется гравитационными явлениями и хочет познакомиться с основными положениями РТГ и с ее предсказаниями, а также провести сравнение данной теории с ОТО.

Подобно тому, как в электродинамике источниками поля являются токи и заряды (их количественной характеристикой может служить четырехмерный вектор тока j^{ν}), в гравитации источником поля является материя, которую количественно можно описать тензором энергии-импульса. Поэтому в РТГ источником поля объявляется тензор энергии-импульса всей материи, причем включая также и гравитационное поле. А. Эйнштейн еще в 1913 г. писал [10], что *“тензор гравитационного поля является источником поля наравне с тензором материальных систем. Исключительное положение энергии гравитационного поля по сравнению со всеми другими видами энергии привело бы к недопустимым последствиям”*. Именно эта идея А. Эйнштейна и была положена в основу построения релятивистской теории гравитации. Следует отметить, что при построении общей теории относительности Эйнштейном эта идея реализована не была, поскольку вместо тензора энергии-импульса гравитационного поля в ОТО возник псевдотензор гравитационного поля. Все это произошло из-за того, что Эйнштейн не рассматривал гравитационное поле как физическое поле (типа Фарадея–Максвелла) в пространстве Минковского. Именно поэтому в уравнениях ОТО не содержится метрика пространства Минковского.

При построении РТГ А.А.Логунов использовал полевой подход, т.е. исходил из того, что гравитационное поле, как и электромагнитное является физическим полем. Полевой подход к гравитации имеет долгую историю. Еще А. Пуанкаре в работах 1905–1906 гг. рассматривал гравитационное поле как физическое поле в духе Фарадея–Максвелла в рамках СТО. Гораздо позднее, в 1960-х годах В. Тирринг [11] и Р. Фейнман [12] также развивали этот подход, но пришли к тем же уравнениям ОТО Эйнштейна и, следовательно, к тем же физическим следствиям. В связи с этим сформировалось представление, что полевой подход ничего нового, кроме интерпретации, дать не может. Однако оказалось, что это далеко не так. Построенная А.А.Логуновым и его коллегами РТГ [1–7] привела к другой физической системе гравитационных уравнений, отличной от уравнений ОТО, и тем самым, к другим предсказаниям относительно различных гравитационных эфектов во Вселенной, а также эволюции самой Вселенной. Тем не менее, при описании гравитационных явлений в солнечной системе результаты РТГ и ОТО совпадают, если при получении их в ОТО следовать не А. Эйнштейну, а В.А. Фоку [13].

Уравнения электродинамики Максвелла в отсутствии гравитации в произвольных координатах можно записать в следующем виде:

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta A^\nu + \mu^2 A^\nu = 4\pi j^\nu, \qquad (1)$$
$$D_\nu A^\nu = 0\,.$$

В данной системе уравнений величина A^ν – является четырехмерным потенциалом поля, а j^ν – четырехмерный вектор тока. В уравнениях (1) для общности введен параметр μ, который в естественной системе единиц ($\hbar$ = c = 1), является массой фотона. Здесь D_α и $\gamma^{\alpha\beta}$ — ковариантная производная и метрический тензор в пространстве Минковского. Из этих уравнений видно, что сохраняющийся заряженный векторный ток j^ν является источником векторного электромагнитного поля A^ν. Поскольку наряду с сохраняющимся током j^ν имеется другая сохраняющаяся величина — плотность тензора энергии-импульса материи $t^{\mu\nu}$ —, то естественно ее и объявить источником универсального тензорного поля $\varphi^{\mu\nu}$. Так как гравитация также универсальна (об этом свидетельствуют опытные данные), то естественно объявить поле $\varphi^{\mu\nu}$ гравитационным полем.

По аналогии с электродинамикой чисто формально систему гравитационных уравнений можно записать в виде

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{\varphi}^{\mu\nu} + m^2 \tilde{\varphi}^{\mu\nu} = 16\pi t^{\mu\nu}, \qquad (2)$$
$$D_\mu \tilde{\varphi}^{\mu\nu} = 0\,. \qquad (3)$$

Здесь m — масса покоя гравитона; $\tilde{\varphi}^{\mu\nu}$ — плотность поля.

$$\tilde{\varphi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\,\varphi^{\mu\nu},\ \gamma = \det(\gamma^{\mu\nu}) < 0\,.$$

Но запись уравнений (2) и (3) пока весьма условна, поскольку не определена тензорная величина $t^{\mu\nu}$.

Плотность тензора энергии-импульса материи состоит из плотности тензора энергии-импульса вещества $t^{\mu\nu}{}_M$ и плотности тензора энергии-импульса гравитационного поля $t^{\mu\nu}{}_g$:

$$t^{\mu\nu} = t^{\mu\nu}{}_g + t^{\mu\nu}{}_M \,.$$

Взаимодействие гравитационного поля и вещества учитывается в плотности $t^{\mu\nu}{}_M$. Под веществом подразумеваются все другие виды материи, кроме гравитационного поля.

Уравнения (2) и (3), которые формально получены по аналогии с электродинамикой и объявлены уравнениями гравитационного поля, были выведены А.А. Логуновым, основываясь на принципе наименьшего действия. В этом случае получается также и явное выражение для плотности тензора энергии-импульса гравитационного поля и вещества. Очень важно подчеркнуть, что А.А. Логунов осуществил это, исходя из общих положений.

В работах [4, 5, 7] была однозначно получена полная плотность лагранжиана в виде

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_g(\gamma_{\mu\nu}, \tilde{g}^{\mu\nu}) + \mathscr{L}_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \varphi_A) \,, \tag{4}$$

где $\mathscr{L}_g$ равна

$$\mathscr{L}_g = (1/16\pi)\ \tilde{g}^{\mu\nu}(G_{\mu\nu}{}^{\lambda}\, G_{\lambda\sigma}{}^{\sigma} - G_{\mu\sigma}{}^{\lambda}\, G_{\nu\lambda}{}^{\sigma}) - (m^2/16\pi)\ (\tfrac{1}{2}\,\gamma_{\mu\nu}\ \tilde{g}^{\mu\nu} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma}\,) \,, \tag{5}$$

$$G_{\mu\nu}{}^{\lambda} = \tfrac{1}{2}\, g^{\lambda\sigma}\, (D_\mu g_{\sigma\nu} + D_\nu g_{\sigma\mu} - D_\sigma g_{\mu\nu}) \,.$$

Здесь φ_A — поля вещества. Эффективная риманова метрика выражается через поле $\varphi^{\mu\nu}$ следующим образом:

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\varphi}^{\mu\nu}, \qquad \tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}\ g^{\mu\nu} \,. \tag{6}$$

Итак, как показано в [4, 5, 7], уравнения вида (2) и (3) следуют из принципа наименьшего действия с лагранжианом (4–5). Стоит обратить внимание, что в плотности лагранжиана $\mathscr{L}_M$ не присутствует метрика пространства Минковского. Именно поэтому из общего вида плотности лагранжиана $\mathscr{L}_M$ следует, что гравитационное поле $\tilde{\varphi}^{\mu\nu}$ действует на вещество так, что его движение в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$ выглядит как движение в эффективном римановом пространстве с метрикой $g_{\mu\nu}$. Причем риманово пространство нигде не вводится. Оно само возникает как эффективное, обязанное действию гравитационного поля. Если в общей теории относительности риманово пространство вводится изначально, то в РТГ оно само возникает, но только как эффективное. И что особенно важно, метрика этого пространства, согласно (6), описывается в одной системе координат. Но это означает, что эффективное риманово пространство имеет простую топологию в отличие от ОТО, где топология риманова пространства может быть и очень сложной, и для описания метрики необходим атлас карт. Именно даже поэтому полевой подход не может приводить к ОТО. Однако в работах [11, 12] этого было упущено из виду.

Используя плотность лагранжиана (4) и (5) и принцип наименьшего действия, можно получить полную систему уравнений гравитационного поля и в другой форме:

$$(R^{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}\, g^{\mu\nu}R) + (m^2/2)\ [g^{\mu\nu} + (g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - \tfrac{1}{2}\, g^{\mu\nu}\ g^{\alpha\beta})\gamma_{\alpha\beta}] = 8\pi T^{\mu\nu} \,, \tag{7}$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0 \,. \tag{8}$$

Здесь $T^{\mu\nu}$ – тензор энергии-импульса вещества, а для тензора $R^{\mu\nu}$ справедливо соотношение $R^{\mu\nu} = g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}R_{\alpha\beta}$, где $R_{\alpha\beta}$ – тензор Риччи. Система уравнений (7) и (8) является гиперболической. Эти уравнения общековариантны относительно произвольных преобразований координат и форминвариантны относительно преобразований Лоренца.

Как известно, в общей теории относительности выводятся уравнения гравитационного поля (так называемые уравнения Гильберта–Эйнштейна). Уравнения (7) и (8) отличаются от уравнений Гильберта–Эйнштейна тем, что в систему уравнений (7) входит дополнительный член, обязанный массе гравитона, а также метрический тензор $\gamma_{\mu\nu}$ пространства Минковского. Оставаясь в рамках ОТО, такой член невозможно построить. Он возникает с необходимостью только в полевом подходе к гравитации. Вторая система уравнений (8), которая здесь возникает из принципа наименьшего действия, обеспечивает исключение из тензорного поля $\varphi^{\mu\nu}$ спин 1, оставляя только спины 2 и 0. В ОТО для полноты уравнений используют дополнительно нековариантные координатные условия, которые не могут быть универсальными. Академик В.А. Фок при решении уравнений Гильберта–Эйнштейна для островных систем (например, солнечной системы) считал необходимым использовать гармонические условия [13], которые отличаются от (8) тем, что вместо ковариантной производной там стоит обычная производная. Но такие условия В.А.Фок вводил только для островных систем.

В своих ранних работах [1, 2] А.А.Логунов и его коллеги при описании гравитации полагали, что уравнения Гильберта–Эйнштейна, дополненные уравнениями (8), и являются полной системой уравнений, описывающих гравитацию в полевом подходе. Слабым местом при этом описании было то, что уравнения (8) не являлись следствиями принципа наименьшего действия. Они впервые были введены, как всеобщие и универсальные, исходя из спиновых свойств гравитационного поля. Но при этом оказалось, что при таком описании физические величины зависят от калибровочных преобразований, что не является допустимым. С другой стороны, использование уравнений (8) в соединении с уравнениями Гильберта–Эйнштейна еще не означает введение в теорию метрику Минковского, поскольку в уравнения (8) входит не метрика, а только символы Кристоффеля. И лишь в дальнейшем, после детального анализа стало ясно, что полевая теория гравитации с необходимостью требует введения массы покоя гравитона, что и обеспечивает введение в теорию гравитации пространства Минковского.

Таким образом, согласно созданой релятивистской теории гравитации пространство-время описывается псевдоевклидовой геометрией (пространство Минковского), а поэтому имеют место все законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Принцип относительности Пуанкаре строго выполняется, а следовательно, ускорение имеет абсолютный смысл. В ОТО ситуация другая. А. Эйнштейн в 1929 г. писал [14]: *“Исходным пунктом теории служит утверждение, что не существует физически выделенного состояния движения, т. е. не только скорость, но и ускорение не имеет абсолютного смысла”*.

Решения уравнений гравитационного поля должны удовлетворять принципу причинности. Для любого изотропного вектора u^{μ}, для которого $\gamma_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu} = 0$, необходимо выполнение условия причинности:

$$g_{\mu\nu}\, u^{\mu}\, u^{\nu} \leq 0 \,. \tag{9}$$

Именно только в этом случае времениподобные векторы в римановом пространстве остаются времениподобными и в пространстве Минковского, а изотропные также не выходят за конус причинности пространства Минковского. Это приводит к тому, что существует глобальная пространственноподобная поверхность и имеется геодезическая полнота.

Псевдоевклидова геометрия, определяемая тензором $\gamma_{\mu\nu}$, в принципе, физически наблюдаема. Действительно, на основании (7) можно получить

$$(m^2/2)\,\gamma_{\mu\nu}(x) = 8\pi(T_{\mu\nu} - ½\, g_{\mu\nu}\, T) - R_{\mu\nu} + (m^2/2)\, g_{\mu\nu}\,. \tag{10}$$

Отсюда очевидно, что, измеряя по движениям пробных тел и света эффективную риманову метрику $g_{\mu\nu}$, с помощью (10) можно вычислить метрику исходного пространства Минковского. Поэтому утверждения в работах [11, 15], что метрика пространства Минковского не наблюдаема, не являются верными.

Особо следует отметить, что рассмотрение гравитационного поля как физического поля в пространстве Минковского с необходимостью потребовало введения массы покоя гравитона. Именно только с помощью введения массы гравитона и становится возможным считать тензор энергии-импульса всей материи, включая гравитационное поле, источником гравитационного поля в пространстве Минковского. Но эти обстоятельства остались без внимания авторов [11, 12].

Теперь остановимся на сравнении исходных общих положений РТГ и ОТО. В 1921 г. в статье “Геометрия и опыт” [16]: А. Эйнштейн писал: *“. . . вопрос о том, имеет этот континуум евклидову, риманову или какую-либо другую структуру, является вопросом физическим, ответ на который должен дать опыт, а не вопросом соглашения о выборе на основе простой целесообразности”*. Это, конечно, правильно. Но при этом сразу возникает вопрос: какой опыт? Опытных фактов может быть достаточно много. Так, например, изучая движение света и пробных тел, можно, в принципе, установить геометрию пространства-времени. Необходимо ли и ее положить в основу физической теории? На первый взгляд, на этот вопрос можно ответить утвердительно. И, казалось бы, вопрос исчерпан. Именно по этому пути и пошел А. Эйнштейн при построении ОТО. Пробные тела и свет движутся по геодезическим линиям риманова пространства-времени. Риманово пространство он и положил в основу теории. Кривизна в каждой точке риманова пространства определяется находящимися в нем тяготеющими телами. Искривление пространства, согласно Эйнштейну, мы ощущаем как гравитацию. Этот подход, однако, ведет не только к отказу того, что гравитационное поле не является физическим полем в духе Фарадея–Максвелла, но также и к отказу от законов сохранения.

В самом деле, в теоретической физике доказывается, что закон сохранения энергии является следствием однородности времени, закон сохранения импульса – следствием однородности пространства, а закон сохранения момента импульса – следствием изотропности пространства. Но с другой стороны, согласно ОТО, каждая точка пространства-времени характеризуется своей величиной кривизны, которая может меняться от точки к точки. Поэтому в ОТО пространство-время не является однородным и изотропным. Это ведет к нарушению законов сохранения. Однако в то же время все виды материи подчиняются законам сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Эти законы, возникшие путем обобщения многочисленных опытных данных, характеризуют общие динамические свойства всех форм материи, вводя универсальные характеристики, которые позволяют количественно описать превращение одних форм материи в другие. Ведь все это тоже опытные данные, ставшие фундаментальными физическими принципами. Как быть с ними? Если следовать А.Эйнштейну и положить в основу риманову геометрию, тогда от них следует отказаться. Первым, кто осознал это и подчеркивал данное обстоятельство в своей работе [17], был Д. Гильберт. Многие исследователи, к сожалению, до сих пор не понимают, что ОТО не совместима с законами сохранения. Другие это прекрасно понимают и, более того, считают это большим достижением ОТО, предлагая от универсальности законов сохранения отказаться. Но это была бы слишком дорогая цена, и было бы чересчур легкомыслено без должных экспериментальных оснований соглашаться на отказ от этих законов. Более естественно сохранить их для всех физических полей, в том числе и для гравитационного. Но в этом случае в основу теории необходимо положить пространство Минковского, т.е. псевдоевклидову геометрию пространства-времени. Этот путь и был выбран при прстроении РТГ. Фундаментальные принципы физики, отражающие многочисленные опытные факты, четко указывают, что именно псевдоевклидову геометрию пространства-времени необходимо положить в основу теории гравитации.

Таким образом, действительно, вопрос о структуре геометрии пространства-времени является вопросом физическим, ответ на который должен дать опыт, только структура геометрии пространства-времени определяется не частными опытными данными о движении пробных тел и света, а фундаментальными физическими принципами, опирающимися на всю совокупность опытных фактов. Именно в этом пункте исходные посылки построения РТГ совершенно отличаются от представлений, которые А. Эйнштейн положил в основу ОТО. Исходные посылки РТГ находятся в полном соответствии с представлениями Пуанкаре и теория строится на базе СТО. Этого нет в ОТО; причем А. Эйнштейн даже гораздо позднее, в 1949 г., писал [18]: *“В рамках специальной теории относительности нет места для удовлетворительной теории тяготения”*. К сожалению, эти факты упускаются из виду теми, кто использует ОТО в своих исследованиях. По этому поводу А.А. Логунов писал [7]: *“При построении теории гравитации А. Эйнштейн и Д. Гильберт совершили принципиальный отход от специальной теории относительности, который и привел к отказу от законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения, а также к возникновению нефизических понятий о нелокализуемости гравитационной энергии и многому другому, что не имеет отношения к гравитации. Они покинули удивительной простоты мир пространства Минковского и вошли в дебри римановой геометрии, которые затянули последующие поколения ученых, занимающихся гравитацией”.*

Естественно, что следствия, вытекающие из ОТО и РТГ, отличаются. Рассмотрим в качестве примера эволюцию однородной изотропной Вселенной. Согласно ОТО для однородной изотропной модели Вселенной интервал риманова пространства-времени имеет вид

$$ds^2 = U(t)dt^2 - V(\mathrm{t})\,[(1 - kr^2)^{-1}\,dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)]\,.$$

Здесь k принимает значения 1,−1, 0; причем $k = 1$ соответствует замкнутой Вселенной, $k = -1$ — гиперболической, а $k = 0$ — “плоской”. В ОТО в зависимости от величины плотности вещества реализуется одна из этих возможностей.

В РТГ на основании уравнений (8) можно прийти к одному и только одному решению $k = 0$, т.е. к евклидовой геометрии трехмерного пространства:

$$ds^2 = U(t)dt^2 - aU^{1/3}\,[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)]\,. \qquad (11)$$

Здесь a — постоянная интегрирования. Это означает, что Вселенная “плоская”. Вводя обозначения

$$d\tau = \sqrt{U}dt, \quad R^2 = U^{1/3}(t)\,,$$

и используя уравнение (7), получаем уравнения эволюции Вселенной:

$$(1/R)\,R''(\tau) = -(4/3)\pi G\,(\rho + 3p\,c^{-2}) - 2\omega\,(1 - R^{-6})\,, \qquad (12)$$

$$(R'(\tau)/R)^2 = -(8/3)\pi G\rho - \omega R^{-6}(1 - 3R^4a^{-1} + 2R^6)\,, \qquad (13)$$

где

$$\omega = (1/12)(mc^2\,\hbar^{-1})^2\,.$$

Постоянная a определяется из условия причинности (9), которое в нашем случае имеет вид

$$R^2(R^4 - a) \le 0\,,$$

отсюда можно принять, что $a = R^4_{\max}$.

Из уравнения (13) можно получить величину минимальной плотности вещества во Вселенной:

$$\rho_{\min} = (16\pi G)^{-1}(mc^2\,\hbar^{-1})^2\,(1 - R^{-6}_{\max})\,.$$

Поскольку эволюция Вселенной невозможна без вещества, отсюда следует, что величина $R_{\max}$ должна быть больше единицы. В действительности она оказывается очень большой. Из уравнения (13) очевидно, что масштабный фактор R не может обратиться в нуль. Точно так же он не может неограниченно увеличиваться.

Согласно РТГ эволюция Вселенной происходит циклически от $R_{\min}$ до $R_{\max}$, затем опять до $R_{\min}$ и т.д. Конечно, надо учитывать, что в окресности $R_{\min}$ возможно проявление квантовых эффектов, поэтому использование РТГ в этом случае может быть неправомочным. Тем не менее, РТГ в отличие от ОТО не приводит ни к каким сингулярностям. Это значит, что никакого точечного Большого взрыва не было, а было состояние с большой плотностью и высокой температурой.

Изучая эволюцию Вселенной в рамках РТГ, академик С.С. Герштейн показал, что сценарий развития Вселенной не совпадает ни с одним из сценариев, полученных на основе ОТО. Подключив к своим исследованиям А.А. Логунова и его коллег, С.С.Герштейн опубликовал цикл работ, посвященных гравитации и космологии. В работе [19] эффектным математическим приемом было показано, что в целом вещество во Вселенной покоится. Это означает, что так называемое расширение Вселенной связано не с движением вещества, оно обязано изменению только гравитационного поля во времени. Наблюдаемое красное смещение далеких галактик происходит также не из-за движения вещества, а благодаря изменению гравитации. Поэтому из-за наличия красного смещения вовсе не следует, что когда-то галактики были близки друг к другу. Тогда как, согласно ОТО, *“все модели эволюции Вселенной имеют то общее, что в какой-то момент времени в прошлом (десять-двадцать тысяч миллионов лет назад) расстояние между соседними галактиками должно было равняться нулю”* [20]. Различие в развитии Вселенной в РТГ и ОТО возникло из-за того, что масштабный фактор $R(\tau)$ в РТГ никогда не обращается в нуль, тогда как в ОТО в какой-то момент в прошлом он равен нулю.

ОТО допускает введение в уравнения гравитационного поля так называемой космологической постоянной. Эту постоянную (иногда называемую лямбда-членом) впервые ввел А. Эйнштейн в 1917 году [21] для того, чтобы уравнения допускали пространственно однородное стационарное решение. В дальнейшем, после получения в 1922 году А.А. Фридманом для уравнений гравитационного поля нестационарных решений, которые описывают однородную изотропную Вселенную, Эйнштейн отказался от введения лямбда-члена. Впоследствии он считал, что введение этой постоянной было его самой большой ошибкой. Но в последнее время снова у физиков-теоретиков возник интерес к лямбда-члену. Однако тут надо учитывать, что уравнения гравитационного поля с лямбда-членом допускают решение и при отсутствии вещества. Это решение отвечает искривленному четырехмерному пространству-времени, что означает, согласно ОТО, наличие гравитации и без вещества. Каков же источник этой гравитации? Источником обычно считают вакуумную энергию [22], которую и отождествляют с космологической постоянной. В РТГ при отсутствии вещества во Вселенной гравитационное поле также отсутствует, а значит, вакуум не обладает энергией, как и должно быть. В соответствии с РТГ Вселенная не может существовать без вещества. Также РТГ исключает также возможность существования как постоянного космологического члена (энергии вакуума), так и обсуждаемого в последнее время "фантомного" расширения [22].

Из уравнения (13) можно выразить полную современную плотность материи ρ через критическую плотность и массу гравитона:

$$\rho(\tau) = \rho_c(\tau) + \rho_g \,, \tag{14}$$

здесь $\rho_c(\tau) = (8\pi G)^{-1}\, 3H^2(\tau)$, $\rho_g = (16\pi G)^{-1}(mc^2\, \hbar^{-1})^2$, H — постоянная Хаббла. В РТГ система уравнений (7) и (8), дополненная уравнением состояния, является полной, именно поэтому она определяет как вид Вселенной (11), так и современную плотность (14).

Если ввести полную относительную плотность $\Omega_{tot} = \rho/\rho_c$, то (14) можно записать в форме

$$\Omega_{tot} = 1 + (m^2c^4\, H^{-2}\hbar^{-2})/6 \,. \tag{15}$$

Согласно так называемой инфляционной теории эволюции Вселенной величина Ω_{tot} должна отличаться от единицы не более чем на величину 10^{-5}. В РТГ на основании формулы (15) это отличие Ω_{tot} от единицы будет определяться только величиной массы покоя гравитона. Поэтому более точное измерение Ω_{tot} было бы чрезвычайно важным и интересным по своим последствиям, поскольку дало бы возможность открыть и измерить массу покоя гравитона. В соответствии с наблюдательными данными масса гравитона оценивается сверху неравенством

$$m < 3{,}6\cdot 10^{-66}\ \text{г} \,.$$

Хотя эта масса чрезвычайно мала, но ее влияние весьма велико, поскольку она в формуле (15) умножается на очень большой множитель:

$$c^2H^{-1}\hbar^{-1} \approx 3{,}8\cdot 10^{66} \,.$$

Итак, согласно РТГ, модель "плоской" однородной изотропной Вселенной развивается циклически от некоторой конечной максимальной плотности ρ_{max} до минимальной ρ_{min} и т.д. Из теории следует наличие во Вселенной большой "скрытой" массы вещества. Так, еще в 1984 г. в работе [2] А.А. Логунов и М.А. Мествиришвили отмечали: *“Данная теория дает предсказание исключительной силы — она приводит к строго определенному развитию Вселенной. Согласно ей Вселенная не замкнута, она в силу уравнений (4.29)* (имеются в виду уравнения (8) в данной статье) *является «плоской»”*. И далее, теория *“с необходимостью требует обязательного существования во Вселенной «скрытой массы» в какой-либо форме материи. Итак, во Вселенной должна существовать «скрытая масса», чтобы полная плотность вещества была равна критическому значению* ρ_c*”*.

В последующем, с введением массы покоя гравитона, это следствие теории было усилено и привело к формуле (15). Наблюдательные данные, полученные в последние годы, свидетельствуют о том, что Вселенная действительно “плоская”, а современная плотность вещества близка к критической плотности ρ_c. Следовательно, экспериментальные данные свидетельствуют, что во Вселенной существует скрытая масса. Но все это является точным следствием полевой теории гравитации.

Таким образом, Вселенная бесконечна; данная модель (т.е. РТГ) также предполагает и бесконечное время ее существования, в течение которого происходил интенсивный обмен информацией между ее областями, что и привело к однородности и изотропии Вселенной с некоторой структурой неоднородности. В однородной и изотропной Вселенной для простоты исследования эта неоднородность не учитывается. Полученная информация рассматривается как нулевое приближение, на фоне которого обычно рассматривают развитие неоднородностей, обусловленных гравитационной неустойчивостью.

“Расширение” в однородной и изотропной Вселенной, как уже говорилось, обусловлено изменением гравитационного поля, при этом никакого движения вещества не происходит. Наличие некоторой структуры неоднородности распределения вещества в пространстве вносит существенное изменение, особенно в период после рекомбинации водорода, когда Вселенная становится прозрачной и давление излучения уже перестает препятствовать собиранию вещества в разных местах Вселенной. Это обстоятельство приводит к движению вещества относительно инерциальной системы координат. Так возникают пекулярные скорости галактик относительно инерциальной системы.

Систему координат, связанную с реликтовым излучением, с большой точностью можно было бы принять как инерциальную. Конечно, система координат, связанная с реликтовым гравитационным излучением, была бы в высшей степени близка к инерциальной системе. Какая максимальная плотность вещества ρ_{max} была ранее во Вселенной? Привлекательной возможностью является гипотеза о том, что ρ_{max} определяется мировыми постоянными. В этом случае в качестве ρ_{max} обычно фигурирует плотность Планка. При этом, однако, существует проблема перепроизводства монополей, возникающих в современных теориях так называемого Великого объединения. Для ее устранения обычно привлекается механизм “выжигания” монополей в процессе инфляционного расширения, обусловленного бозонами Хиггса. РТГ дает другую, альтернативную возможность. Величина ρ_{max} может быть значительно меньше плотности Планка. В этом случае температура ранней Вселенной может оказаться недостаточной для рождения монополей, и проблема их перепроизводства тривиальным образом снимается.

Еще раз стоит отметить, что согласно РТГ, никакого Большого точечного взрыва не было, а следовательно, не было и ситуации, когда расстояния между галактиками были чрезвычайно малыми. Вместо взрыва в каждой точке пространства было состояние вещества с большой плотностью и температурой, и оно далее развивалось к настоящему моменту так, как это было описывает модель в рамках РТГ. Более детальное рассмотрение эволюции Вселенной с учетом наблюдательных данных дано в работе [23].

Следует особо отметить, что на основании уравнений Гильберта–Эйнштейна, в принципе, нельзя получить циклическое развитие "плоской" Вселенной. Работа сотрудника А.А. Логунова [24] о циклической эволюции "плоской" Вселенной в рамках ОТО ошибочна, поскольку ее содержание основывается на решении, которое в действительности не является решением, так как противоречит исходной системе уравнений Гильберта–Эйнштейна, что можно проверить непосредственной подстановкой.

В науке 2016 год был ознаменован важным событием: были экспериментально открыты гравитационные волны. За это открытие Р. Вайс, Б.К. Бэриш и К.С. Торн в 2017 году получили Нобелевскую премию. Нельзя не отметить, что гравитационные волны были предсказаны А. Эйнштейном, который в 1918 году дал свою знаменитую формулу для квадрупольного излучения [25]:

$$I = \frac{G}{45c^5}\dddot{Q}_{\alpha\beta}\dddot{Q}^{\alpha\beta}, \qquad (16)$$

где I – полная интенсивность гравитационного излучения, усредненная по всем направлениям, G – гравитационная постоянная, c – скорость света, $Q^{\alpha\beta}$ – тензор квадрупольного момента. Из формулы (16) видно, что излучение гравитационных волн оказывается эффектом пятого порядка по $1/c$. Это обстоятельство, а также то, что в эту формулу входит третья производная по времени от $Q^{\alpha\beta}$, да вдобавок малая величина гравитационной постоянной, приводит, вообще говоря, к чрезвычайной малости эффекта. Поэтому для его экспериментального обнаружения потребовалось почти сто лет.

В естественной системе единиц измерения формула Эйнштейна (16) несколько упрощается:

$$I = (1/45)\dddot{Q}_{\alpha\beta}\dddot{Q}^{\alpha\beta}.$$

Из формулы Эйнштейна следует, что $I > 0$, т.е. интенсивность хоть и может быть малой величиной, но она всегда положительна. Надо признать, что формула Эйнштейна не является следствием ОТО. Именно поэтому в 1936 году А. Эйнштейн засомневался в существовании гравитационных волн, и как следствие, в своей формуле (16) [26]. Действительно, ОТО рассматривает гравитацию, как геометрический эффект: благодаря тяготеющим массам происходит искривление пространства, которое мы ощущаем, как тяготение. Поэтому волн, подобных электромагнитным, в случае тяготения быть не может.

В 1972 году знаменитый американский физик-теоретик С.Вайнберг в своей монографии [27] в рамках ОТО выполнил строгий вывод формулы для интенсивности гравитационного излучения и получил формулу значительно более сложную, чем формула Эйнштейна (16). Анализ, проведенный С. Вайнбергом, показал, что в ОТО в зависимости от выбора системы координат "интенсивность гравитационного излучения" через каждый элемент сферической поверхности произвольного радиуса, а следовательно, и "полная интенсивнось" (через всю сферу) в течение любого конечного, наперед заданного промежутка времени могут быть как равными нулю, так и отрицательными, в противовес случаю электромагнитных волн. Это является результатом того, что ОТО не рассматривает гравитационное поле, как подобное электромагнитному физическое поле, и гравитационные волны в ОТО интерпретируются, как “рябь” пространства-времени.

Тут необходимо отметить также тот факт, что еще в 1918 году Э. Шредингер в своей критической работе [28] показал, что в ОТО гравитационное поле вне сферического источника поля может исчезнуть, если надлежащим образом выбрать систему координат. А. Эйнштейн по этому поводу писал [29]: *“Что же касается соображений Шредингера, то их убедительность заключается в аналогии с электродинамикой, в которой напряжения и плотность энергии любого поля отличны от нуля. Однако я не могу найти причину, почему так же должно обстоять дело и для гравитационных полей. Гравитационные поля можно задавать, не вводя напряжений и плотности энергии”*. Отсюда следует, что А. Эйнштейн сознательно отошел от концепции гравитационного поля как физического поля Фарадея–Максвелла, которое как материальную субстанцию нельзя устранить выбором системы координат в принципе.

В монографии [7] показано, что поток гравитационной энергии является положительно-определенной величиной. Поэтому в РТГ гравитационное излучение как объективная физическая реальность не может быть уничтожено никаким допустимым выбором системы координат, и формула Эйнштейна (16) является строгим следствием данной теории (т.е. РТГ). Таким образом, следует еще раз подчеркнуть, что формула (16) не является следствием ОТО, а работа [25] является гениальным предвосхищением А. Эйнштейна, где он руководствовался прежде всего своей глубокой физической интуицией, но не логикой ОТО. Естественно, все это, а также то, что формуля (16) была скорее угадана А. Эйнштейном, нежели логически выведена в ОТО, нисколько не умаляет заслуги его, как автора работы [25], с которой началось исследование гравитационных волн.

Остановимся теперь на коллапсе больших масс [7]. Обычно принято считать, что если масса тела больше трех масс Солнца, то в процессе эволюции наступает коллапс, который ведет к разрыву пространства-времени и образованию так называемой “черной дыры” (объекта, не имеющего материальной границы, и “отрезанного” от внешнего мира). Исходной теоретической базой для “черных дыр” стало прежде всего решение К. Шварцшильда задачи о центрально-симметричном гравитационном поле в ОТО. В РТГ образование “черной дыры” невозможно, поскольку шварцшильдовская особенность отсутствует, а физические тела всегда имеют радиус, превышающий радиус Шварцшильда. Еще в 1939 г. А.Эйнштейн писал [30]: *“Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы, образующие скопления, достигнут скорости света”*. Таким образом, А. Эйнштейн не признавал существования “черных дыр”. Опять-таки надо отметить, что Эйнштейн этот вывод сделал, руководствуясь исключительно своей интуицией, а не логикой общей теории относительности.

В отличие от ОТО в РТГ тела больших масс не могут неограниченно сжиматься. Это означает, что коллапсирующая звезда не может уйти под свой гравитационный радиус, а следовательно, не возникает и “черная дыра”. Тем не менее, могут существовать объекты достаточно большой массы, имеющие внутреннюю структуру. С точки зрения внешнего наблюдателя, яркость такого объекта уменьшается (он чернеет), однако он имеет материальную поверхность, и с ним ничего необычного не происходит. Сферически-симметричная аккреция на это тело (коллапсар), находящееся на заключительной стадии эволюции (когда ядерные ресурсы исчерпаны), будет сопровождаться значительным энерговыделением из-за падения вещества на поверхность тела. В ОТО, в отличие от РТГ, при сферически-симметричной аккреции вещества на “черную дыру” энерговыделение достаточно мало, поскольку падающее вещество уносит энергию в “черную дыру”, при этом осуществляется гравитационный захват света.

По данным астрономических наблюдений в центрах галактик, как правило, находятся сверхтяжелые объекты. Изучение таких объектов могли бы дать ответ, что происходит со звездами большой массы на заключительной стадии эволюции, когда ядерные ресурсы исчерпаны. Очень важно также обнаружение материальной поверхности коллапсара, которая, согласно РТГ, должна существовать.

. . .

Академик А.А. Логунов неоднократно подчеркивал, что после открытия закона всемирного тяготения, следующим важным этапом в познании гравитационных явлений явилось создание общей теории относительности. А. Эйнштейном в рамках ОТО были получены чрезвычайной важности результаты, в частности, был открыт тензорный характер гравитационного поля. Но все же, отдавая ей должное, как очень важной ступени в развитии науки, А.А. Логунов пришел к выводу, что ОТО не является удовлетворительной физической теорией, поэтому он и его коллеги из МГУ построили новую теорию — релятивистскую теорию гравитации, краткому изложению которой посвящена настоящая статья. Конечно, эта статья, не может быть заменой углубленному изучению РТГ. Те, кого данная теория по-настоящему заинтересовала, могут обратиться к монографии [7], а также к другим работам А.А.Логунова и его сотрудников, которые приведены ниже в списке литературы.

Литература

[1] А.А. Власов, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили. ТМФ, **61**, 323-326 (1984).

[2] А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили. ТМФ, **61**, 327-346 (1984). См. также: А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили. Вестник МГУ, сер.3. Физика, астрономия. **25**, (1984).

[3] А.А. Логунов. Теория классического гравитационного поля: Препринт ИФВЭ 2004 -41. Протвино, 2004.

[4] А.А. Логунов, Ю.М. Лоскутов. ТМФ, **76**, 163-168 (1988).

[5] А.А. Логунов. ТМФ, **104**, №3, 538-542 (1995).

[6] А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили. ТМФ, **113**, №3, 324-336 (1997).

[7] А.А. Логунов. Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 2006.

[8] Я.Б. Зельдович, Л.П. Грищук. УФН, **149**, 695-707 (1986).

[9] T.M. Nieuwenhuizen, V. Špička. Physica E, **42**, Issue 3, 256-268 (2010).

[10] А. Эйнштейн. Собр. научных трудов. М.: Наука, 1965. Т. I, статья 21, с. 242.

[11] W. Thirring. Ann. Phys., **16**, 96-117 (1961).

[12] Р. Фейнман, Ф.Б. Мориниго, У.Г. Вагнер. Фейнмановские лекции по гравитации. М.: Янус-К., 2000.

[13] В.А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гостехиздат, 1961.

[14] А. Эйнштейн. Собр. научных трудов. М.: Наука, 1966. Т. II, статья 92, с. 264.

[15] Я.Б. Зельдович, И.Д. Новиков. Релятивистская астрофизика. М.: Наука, 1967.

[16] А. Эйнштейн. Собр. научных трудов. М.: Наука, 1966. Т. II, статья 61, с. 87.

[17] D. Hilbert. Nachrichten von der (K.) Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, **4**, №1, 4-7 (1917).

[18] А. Эйнштейн. Собр. научных трудов. М.: Наука, 1967. Т. IV, статья 76, с. 282.

[19] S.S. Gershtein, A.A. Logunov, M.A. Mestvirishvili. Phys. Atomic Nuclei, **61**, №8, 1420-1429.

[20] С. Хокинг. От большого взрыва до черных дыр. М.: Мир, 1990.

[21] A. Einstein. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften Berlin. P. 1, 142-152 (1917).

[22] N.N. Weinberg, R.R. Caldwell. Phys. Rev. Letters, **91**, p. 071301 (2003).

[23] С.С. Герштейн, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили, Н.П. Ткаченко. Ядерная физика, **67**, №8, 1618-1626 (2004).

[24] Ю.М. Лоскутов. Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. №6, 3-11 (2003).

[25] A. Einstein. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften Berlin. P. 1, 154-167 (1918).

[26] http://www.astronomy.com/news/2016/02/even-einstein-had-his-doubts-about-gravitational-waves

[27] S. Weinberg. Gravitation and Cosmology. N.-Y.: John Wiley and Sons, Inc., 1972.

[28] E. Schrödinger. Phys. Z., **19**, 4-7 (1918).

[29] А. Эйнштейн. Собр. научных трудов. М.: Наука, 1965. Т. I, статья 47, с. 627.

[30] А. Эйнштейн. Собр. научных трудов. М.: Наука, 1966. Т. II, статья 119, с. 531.

Глоссарий

Ковариантная производная — обобщение понятия производной в тензорном анализе. В случае векторной функции V^i ковариантная производная определяется по формуле:

$$D_j V^i = \frac{\partial V^i}{\partial x^j} + \Gamma^i{}_{kj} V^k ,$$

где $\Gamma^i{}_{kj}$ — символы Кристоффеля.

Для тензора второго ранга T^{ik} ковариантная производная равна

$$D_j T^{ik} = \frac{\partial T^{ik}}{\partial x^j} + \Gamma^i{}_{mj} T^{mk} + \Gamma^k{}_{mj} T^{im}.$$

Везде по по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Ковариантная производная скалярного поля φ совпадает с частной производной,

$$D_j \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x^j} .$$

Метрический тензор (или **метрика**) — симметрический тензор второго ранга $g_{ij}(x)$, заданный в точке n-мерного риманова пространства с координатами $x = (x^1, x^2, \ldots , x^n)$ и определяющий бесконечно малый квадрат длины ds^2 мажду данной точкой и точкой с координатами $(x^1 + dx^1, x^2 + dx^2, \ldots , x^n + dx^n)$ по формуле $ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j$. В данной формуле подразумевается суммирование по повторяющимся индексам (в тензорном исчислении это правило, называемое также немым соглашением Эйнштейна, используется почти всегда, чтобы не вписывать каждый раз знаки суммирования). Так, в случае трехмерного пространства для величины ds^2 можно записать формулу $ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + g_{22}(dx^2)^2 + g_{33}(dx^3)^2 + 2g_{12}dx^1dx^2 + 2g_{13}dx^1dx^3 + 2g_{23}dx^2dx^3$. Иногда метрический тензор задаётся с помощью контравариантного тензора g^{ij}, который связан с ковариантным тензором g_{ij} соотношением $g^{ij}g_{jk} = \delta^i{}_k$, где $\delta^i{}_k$ – символ Кронекера ($\delta^i{}_k = 1$ при $i = k$ и $\delta^i{}_k = 0$ при $i \neq k$).

Плотность лагранжиана является величиной, используемой в теоретической физике при полевом подходе. В отличие от функции Лагранжа L, которая является функцией всей системы, плотность лагранжиана $\mathscr{L}$ является локальной характеристикой симтемы. Для классических физических полей через $\mathscr{L}$ принцип наименьшего действия через $\mathscr{L}$ записать следующим образом:

$$\delta S = \delta \int \mathscr{L} \, dx^1 dx^2 dx^3 dx^4 = 0,$$

где интегрирование ведется по всему четырёхмерному пространству-времени.

Принцип наименьшего действия — наиболее важный принцип из так называемых экстремальных принципов, заключающийся в том, что среди всех виртуальных способов изменения системы реализуется тот, который обеспечивает минимум (в общем случае – экстремум) специального функционала системы, называемого действием. Принято считать, что все фундаментальные взаимодействия подчиняются этому принципу, в связи с чем он играет чрезвычайно важную роль в теоретической физике.

Для случая системы в классической механике суть принципа наименьшего действия (называемый в механике также принципом Гамильтона) состоит в том, что экстремум имеет функционал

$$S = \int_{t_0}^{t_1} L dt,$$

где t – время, а L – так называемая функция Лагранжа, в механике являющейся разностью кинетической и потенциальной энергий, как функций обобщенных координат системы, обобщенных скоростей и времени. Т.е. данный принцип устанавливает, что среди всех кинематически возможных (виртуальных) перемещений системы из одной конфигурации в другую, совершаемых за один и тот же промежуток времени $t_1 - t_0$, действительным является то, для которого действие S будет наименьшим.

Получение для физической системы конкретных уравнений из принципа наименьшего действия сводится к задаче вариационного исчисления. Математически это можно записать в виде $\delta S = 0$, т.е. вариация действия равна нулю.

Пространство Минковского — четырехмерное псевдоевклидово пространство, объединяющее физическое трехмерное пространство и время, было введено и использовалось Г. Минковским и А. Пуанкаре в начале XX в. Каждому событию соответствует точка пространства Минковского (x^1, x^2, x^3, x^4), три координаты которой представляют собой декартовы координаты трёхмерного евклидова пространства – x, y, z, а четвёртая — мнимая временная координата $x^4 = ict$, где t – время события, c – скорость света в вакууме. Связь между пространственными расстояниями и промежутками времени, разделяющими события, характеризуется квадратом интервала:

$$s^2 = c^2(t_1 - t_0)^2 - (x_1 - x_0)^2 - (y_1 - y_0)^2 - (z_1 - z_0)^2.$$

Иногда в качестве квадрата интервала берется противоположная величина (первоначально именно эту величину предложил сам Г. Минковский), поскольку выбор знака здесь — вопрос произвольного соглашения. Эта величина в пространстве Минковского играет роль, аналогичную роли расстояния в геометрии евклидовых пространств. Интервал является величиной инвариантной при замене одной инерциальной системы отсчета на другую.

Радиус Шварцшильда (или **гравитационный радиус**) представляет собой величину, определенную для любого физического тела и равную $r_g = 2Gm/c^2$, где m – масса тела, G – гравитационная постоянная, c – скорость света. По величине радиус Шварцшильда совпадает с радиусом сферически-симметричного тела, для которого вторая космическая скорость на поверхности была бы равна скорости света. Впервые эта величина появилась в работах Дж. Мичелла и П.С. Лапласа. Согласно ОТО, если тело сжать до r_g, то оно превращается в “черную дыру”. В соответствии с РТГ, в отличие от ОТО, никакое тело нельзя сжать до размеров гравитационного радиуса.

Риманово пространство — пространство, точки которого однозначно задаются n-ым количеством чисел x^i (как правило, действительных) и в котором определен метрический тензор g_{ij}. Число n называется размерностью риманова пространства. Обычную поверхность в трехмерном евклидовом пространстве можно рассматривать, как двухмерное риманово пространство. Раздел математики, изучающий римановы пространства, называется римановой геометрией.

Символы Кристоффеля — коэффициенты связности, используемые для практических вычислений величин в заданной системе координат (как правило, криволинейных). Если задан метрический тензор g_{ij}, то символы Кристоффеля первого рода опрелеляются формулой

$$\Gamma_{nij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{in}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jn}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^n}\right).$$

Чаще имеют дело с символами Кристоффеля второго рода $\Gamma^k{}_{ij}$, которые определяются выражением

$$\Gamma^k{}_{ij} = g^{kn}\,\Gamma_{nij} = \frac{g^{kn}}{2}\left(\frac{\partial g_{in}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jn}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^n}\right).$$

В последнем выражении индекс n является немым (т.е. по нему выполняется суммирование). Следует отметить, что символы Кристоффеля тензорами не являются, т.к. в конкретной точке всегда можно выбрать такую систему координат, что символы Кристоффеля обратятся в нуль.

Тензор квадрупрльного момента — симметричный тензор второго ранга; для материальной точки массы m с координатами евклидова пространства x, y, z чисто формально тензор квадрупольного момента можно вычислить следующим образом: диагональные компоненты этого тензора есть $m(3x^2 - r^2)$, $m(3y^2 - r^2)$ и $m(3z^2 - r^2)$, где $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, а недиагональные – $3mxy$, $3myz$ и $3mzx$. В теории излучения тензор квадрупольного момента в пространстве Минковского с координатами x^1, x^2, x^3, x^4 определяется, как контравариантный тензор $Q^{\alpha\beta}$, компоненты которого вычисляются, как

$$Q^{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) = -\int T^{00}(\mathbf{r}', t')(3x'^{\alpha}\, x'^{\beta} - \gamma^{\alpha\beta}\, x'_{\sigma}x'^{\sigma})dV',$$

здесь $T^{00}(\mathbf{r}', t')$ – компонента тензора энергии-импульса, величину которой следует брать в запаздывающий момент времени $t' = t - r/c$ (c – скорость света), σ – немой индекс (по нему ведется суммирование). Обычно система координат в пространстве Минковского выбирается так, что $T^{00}(\mathbf{r}', t') = \rho(\mathbf{r}', t')c^2$, где $\rho(\mathbf{r}', t')$ – плотность вещества, распределенного в пространстве. Через метрический тензор пространства Минковского $\gamma_{\alpha\beta}$ можно получить ковариантный тензор квадрупольного момента $Q_{\alpha\beta}$.

Тензор кривизны (или **тензор Римана–Кристоффеля**) — тензор четвертого ранга $R^i{}_{klm}(x)$, заданный в точке с координатами $x = (x^1, x^2, \ldots, x^n)$ и определяемый через символы Кристоффеля по формуле

$$R^i{}_{klm} = \frac{\partial \Gamma^i_{kl}}{\partial x^m} - \frac{\partial \Gamma^i_{km}}{\partial x^l} + \Gamma^i{}_{nm}\Gamma^n{}_{kl} - \Gamma^i{}_{nl}\Gamma^n{}_{km};$$

по немому индексу n выполняется суммирование. Тензор кривизны является локальной характеристикой кривизны пространства. Для евклидова пространства тензор кривизны во всех точках тождественно равен нулю.

Тензор Риччи — ковариантный симметрический тензор второго ранга $R_{ij}(x)$, заданный в точке с координатами $x = (x^1, x^2, \ldots , x^n)$ и определяемый процедурой свертки тензора кривизны:

$$R_{ij} = R^n{}_{inj} .$$

Свертка $R = g^{ij}R_{ij}$, где g^{ij} – контравариантный метрический тензор, является скалярной величиной и на практике часто используется; величину ½R называют скалярной кривизной или гауссовой кривизной. В приведенных формулах по дважды повторяющимся индексам производится суммирование.

Тензор энергии-импульса — контравариантный симметричный тензор второго ранга $T^{\mu\nu}$, описывающий импульс и энергию материальной системы. Как правило система отсчета выбирается так, что компонента этого тензора T^{00} представляет собой плотность энергии, компоненты T^{01}, T^{02}, T^{03} являются компонентами вектора потока энергии (вектора Умова–Пойнтинга), остальные компоненты образуют симметричный тензор 3×3 плотности импульса материи.

“Черная дыра” — гипотетический объект, в котором гравитационное притяжение так велико, что ни вещество, ни свет, ни другие носители информации не могут его покинуть. В качестве модели “черной дыры” можно рассматривать сферу с радиусом, равным радиусу Шварцшильда; на границе этой сферы имеется сингулярность (разрыв пространства-времени), а то что содержится внутри этой сферы вообще не имеет смысла рассматривать, так как эта область не находится в пространстве. Согласно РТГ, такие объекты, как “черные дыры”, существовать не могут.

Четырехмерный вектор тока — контравариантный вектор j^k в пространстве Минковского, три пространственные компоненты образуют вектор плотности тока **j**, а временная компонента есть $c\rho$, где c – скорость света в вакууме, ρ – объемная плотность заряда. Таким образом, $j^k = (\mathbf{j}, c\rho)$.

Четырехмерный потенциал поля — характеристика электромагнитного поля — четырехмерный вектор A^k в пространстве Минковского, пространственные компоненты которого образуют векторный потенциал **A** (напряженность магнитного поля **H** определяется как ротор вектора **A**: $\mathbf{H} = \mathrm{rot}\mathbf{A}$), временная же составляющая представляет собой электростатический потенциал φ: $A^k = (\mathbf{A}, \varphi)$. В электродинамике часто используют также и ковариантный вектор $A_k = (-A_x, -A_y, -A_z, \varphi)$, т.е. $A_k = (-\mathbf{A}, \varphi)$.